

Любомир Любенов

МЕЖДУНАРОДЕН ТУРНИР

МАТЕМАТИКА  
БЕЗ ГРАНИЦИ

1/2  
КЛАС



РЕГАЛИЯ 6

В тази книга са включени състезателни теми и избрани задачи от станалия традиционен в последните години международен турнир “Математика без граници”.

Включените задачи дават възможност да се провери и повиши математическата култура, знанията и логическото мислене. Те тренират умения и навици за формиране на находчивост, упоритост, съобразителност и остроумие.

Книгата е предназначена за ученици, които обичат математиката и участват в различни математически състезания и олимпиади, в това число и международния турнир “Математика без граници”. Надяваме се, че ще бъде полезна и в ежедневната работа на учителите и ръководителите на школи, както и на родители, желаещи да насърчават своите деца за участие в математически състезания.

**РЕГАЛИЯ 6**  
**тел. 02 979 3842**  
**[www.regalia.bg](http://www.regalia.bg)**  
**e-mail: [regalia@abv.bg](mailto:regalia@abv.bg)**

Първо издание

© Фондация „Математика без граници“, 2023 г.

© Любомир Любенов, съставител, 2023 г.

© Регалия 6, 2023 г.

**ISBN 978-954-745-359-3**

## ПРЕДГОВОР

**Уважаеми читатели,**

В настоящата книга са публикувани **200 задачи, отговори и кратки решения за първи клас и 200 задачи, отговори и кратки решения за втори клас** от международния турнир „Математика без граници“ от кръговете, проведени през учебните 2020 г. – 2021 г. и 2021 г. – 2022 г.

Освен задачите от индивидуалното състезание в тази книга са публикувани и 35-те задачи от седемте отборни състезания и за първи, и за втори клас, проведени по време на финалите през периода 2014 г. – 2022 г. в гр. Несебър.

Сборникът със задачи допълваме и с избрани задачи за първи клас и за втори клас от предишни издания на турнира „Математика без граници“.

### **Кой може да участва в турнира Математика без граници?**

Всеки ученик от 1. до 12. клас, ако училището, в което учи, организира турнира.

Всеки, който иска да участва, се запознава с регламента и с програмата на турнира, определяща математическото съдържание на тестовете. То невинаги е в съответствие с учебното съдържание за съответния клас в различните страни участнички.

Родителите на участниците подават декларация за съгласие за обработка на личните данни и за публикуване на имената на детето им заедно с получената от него награда.

### **Какво трябва да направи желаещият да участва в турнира?**

Учениците/родителите им се обръщат към ръководството на училището, за да бъде организирано участието им. Училището преценява възможността за участие.

Всички въпроси, свързани с турнира – организация, провеждане, задачи, награди и други, се отправят към училищните ръководства и/или училищните координатори.

### **Как училището организира участието на желаещите ученици?**

Училище, в което има повече от 20 желаещи ученици, може да изпрати заявка за включване в турнира. Преди изпращане на училищната заявка трябва да се преценят възможностите за провеждането му в съответствие с регламента, от кръга, в който се включват, до финала включително.

Училищните организатори трябва да са приели да изпълнят следното обещание: *„Обещаваме да организираме и проведем едно честно състезание при стриктно спазване на регламента на турнира. Обещаваме да осигурим спокойна атмосфера и условия за самостоятелна работа на всички участници в турнира, както и да бъдем прецизни и безпристрастни при оценяването на състезателните работи.“*

### **Как се провеждат дистанционните кръгове на турнира?**

Турнирът се провежда в 3 дистанционни кръга (есенен, зимен и пролетен) в училищата партньори. Участието може да започне от всеки от кръговете. Всеки участник може да участва във всеки дистанционен кръг, независимо от резултата в предходния. Класирането за всеки кръг е отделно.

За всеки клас във всеки кръг на турнира участниците отговарят на 20 въпроса със свободен отговор, от темите в програмата, която е неделима част от регламента на турнира. Времето за работа е не повече от 60 минути.

## *ПРЕДГОВОР*

### **Как се провежда всеки дистанционен кръг на турнира?**

Участниците се състезават в училището, в което се обучават. По време на състезанието участникът получава тест и лист за отговори. Отговорите се записват в листа за отговори, а не върху теста с въпроси. Може да работят и върху теста с въпроси, но листът за отговори е официалният документ, който се оценява. Чертежите в теста са само за илюстрация. Те не са начертани в мащаб и не са предназначени за директно измерване на дължини и ъгли.

След приключването на състезанието участниците предават на квестора и листа за отговори, и теста. Тестовите могат да бъдат получени при поискване от училищния организатор след обявяване на резултатите от кръга.

### **Как се отчитат резултатите от всеки кръг?**

Резултатът на всеки участник е сбор от точките, получени за отговор на всеки от въпросите за кръга. Всеки верен отговор на задачите се оценява с 2 точки, частично верен отговор – с 1 точка (ако отговорът е един, а освен него е посочен и друг; ако отговорите са повече, а са посочени по-малко), грешен или непосочен отговор – 0 точки.

Като резултат от участието си всеки участник получава цяло число точки от 0 до 40.

В листа за отговори квесторът записва и изразходваното време – цяло число от 0 до 60.

### **Как се извършва класирането в дистанционните кръгове?**

Класирането се извършва за всеки кръг поотделно.

За всеки клас всички участници от всички училища се подреждат по точки от най-големия сбор към най-малкия.

Първите 5% от участниците с най-голям сбор точки в подреждането във всеки клас получават сертификат и златен медал, следващите 10% – сертификат и сребърен медал, следващите 15% – сертификат и бронзов медал.

При класирането на учениците с равен сбор от точки се взема предвид и времето – по-напред в класирането е този участник, който е изразходвал по-малко време за отговор на въпросите.

Всички участници, които не са наградени с медал, получават сертификат за участие.

Наградите се изпращат до училището партньор, което организира получаването им от участниците.

### **Кой има право на участие във финала?**

Всяко училище получава квота за участие във финала, която е 3% от средноаритметичния брой на участниците в трите кръга на турнира за съответната година.

Право на участие извън квотата на училището имат златните медалисти от индивидуалния финал през предходната година, ако са участвали поне в два от трите дистанционни кръга на турнира през годината.

Право на участие извън квотата на училището се получава от полуфинала, в който могат да участват ученици с поне два медала от дистанционните кръгове.

### **Как се организира и провежда отборното състезание на финала?**

Във финала освен индивидуалното състезание се провежда и отборно състезание.

То се провежда за всеки клас с времетраене 40 минути.

Отборите са съставени от точно 3 ученици от едно и също училище и от един и същ клас.

Те решават заедно 5 задачи, отговорите на всяка от които са скрити под символи и се използват при решаването на следващата задача. Отборът попълва общ лист за отговори.

Отборите се определят от училищата партньори, в които са се провеждали дистанционните кръгове.

За всеки верен отговор се присъждат съответно 5, 4, 3, 2 и 1 точка. Резултатът е сбор от получените точки – число от 0 до 15.

Класирането се извършва по сбора от получените точки. Участниците от отбора/ите с най-голям сбор от точки получават златен медал, следващият/те по сбор – сребърен, и отборът/ите с трети сбор – бронзов.

При класирането на отборите с равен сбор от точки се взема предвид и времето – по-напред в класирането е този отбор, който е изразходвал по-малко време за решаване на задачите.

### **Какви са наградите за ученици и учители във финала?**

**Медали:** За всеки клас участниците/отборите във финала се подреждат по точки от най-големия към най-малкия сбор от точки. Първите 5% (от общия брой на участниците/отборите за всеки клас) в класирането получават златен медал, следващите 15% – сребърен, следващите 20% – бронзов медал.

**Купи:** Класирането за купите „Математика без граници“ се определя на базата на сбора от двата най-добри резултата от трите предварителни кръга и утроения резултат от финалното състезание. В класирането участват до 3-ма представители на всяка страна, получили медали във финала. При равен сбор от точки по-напред в класирането е участникът с по-добър резултат от финала. При ново равенство наградата получават всички участници с този сбор.

„**Математическа звезда на Турнира**“ е участник от всяка държава, с най-голям сбор от точки от класирането за купите на турнира.

„**Легенда на турнира**“ е участник, получил три купи в три предишни издания на турнира, при участие в следващ финал.

**Наградите на кмета на община Несебър:** По предложение на журито на турнира кметът на община Несебър, патрон на турнира, връчва наградите на най-успешно представилия се участник във финала и награда за партньорство на представител на училище/държава.

**Награди за учители:** Плакет се връчва на учители с най-голям принос за популяризирането на турнира.

### **Как се получават наградите?**

Наградите от дистанционните кръгове (есен, зима и пролет) се получават чрез училищата партньори. Те се изпращат до 1 месец след приключването на съответния кръг.

Наградите от финала се получават по един от двата начина: от наградените – по време на церемониите по награждаване, или от упълномощено лице – след церемониите.

Сертификатите за медали и купи се изпращат по пощата до училищата партньори.

### **Как се финансира участието?**

Участието в предварителните кръгове и във финалния кръг е за сметка на самите участници, училището или дарители.

## ПРЕДГОВОР

### **Какви са дейностите, свързани с обработката на лични данни?**

Участниците записват имената си с латински букви. Обработката на имената се осъществява от подадените от училището данни, записани с латински букви: имена, училище, населено място и държава. При открито несъответствие в имената следва да се уведоми училищния организатор, за да се извърши навременна корекция.

Родителите на участниците подават декларация за съгласие за обработка на личните данни и за публикуване на имената на детето им заедно с получената от него награда. Училищните координатори съхраняват декларациите до приключване на съответното издание на турнира и не предоставят за обработка данни на участници без налична декларация.

### **Кога, кой и как извършва промени в обявените условия?**

Организаторите запазват правото си да извършват промени в регламента, за което в 2-седмичен срок уведомяват училищата партньори.

При подозрения за неспазване на обещанието за честно състезание от училище партньор организаторите едностранно прекратяват участието до приключване на финала на съответното издание.

### **Какво гласи обещанието за честно състезание?**

Обещанието за честно състезание е прието на заключителното заседание на международния форум „Математика без граници – мотиви, реализация, амбиция“, 27-30 август 2014 г., курортен комплекс Слънчев бряг.

Самостоятелната и честна работа е главното изискване на организаторите към участниците в турнира. Затова всеки от тях обещава:

*„Като участник в турнира „Математика без граници“, обещавам:*

- *да спазвам всички правила на турнира;*
- *да спазвам духа на честното състезание, като работя самостоятелно;*
- *да покажа най-доброто от себе си и да се стремя към все по-добри изяви;*
- *да се стремя да получа нови знания и умения преди, по време и след всяко състезание.*

*Състезавам се, за да спомогна за утвърждаване на олимпийския дух в състезанията по математика, като защита:*

- *своята чест;*
- *честта на училището, което представлявам;*
- *честта на страната, чийто гражданин съм.“*


### **Кои са основните документи, по които се организира турнирът?**

- Регламент на турнира
- Програма на турнира
- Заявка
- Протокол с резултати






### **Кои са официалните езици на турнира?**

Задачите на турнира се предоставят на един от официалните езици: български, английски или руски език.

## МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ ЗА 1. КЛАС

- Състезанието всяка година се провежда в три предварителни кръга – есен, зима и пролет, следват полуфинал и финал в гр. Несебър;
- Тестовете за всеки кръг съдържат по 20 задачи със свободен отговор, който записвате под символа  или в листа за отговори;
- Всеки верен отговор се оценява с 2 точки, а грешен или непосочен отговор – 0 точки.
- Времето за работа във всеки кръг е не повече от 60 минути.
- В условията на задачите се използват *естествените числа и 0*. (0, 1, 2, 3, 4, ... , 10, 11, ... , 99, 100, 101, ... )
- За задачите с числов отговор трябва да се използват *естествените числа и 0*. (0, 1, 2, 3, 4, ... , 10, 11, ... , 99, 100, 101, ... )

ЕСЕН 2020 г.

	 <b>ПРОЧЕТИ</b>	 <b>ПОМИСЛИ</b>	 <b>ЗАПИШИ</b>																								
1.	$123123123?23$ $? = 1$	$3213213213?1$ $? =$	.....																								
2.	$6 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 0$	$7 \rightarrow 5 \rightarrow ? \rightarrow 1$	.....																								
3.	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>+</td><td>-</td><td>+</td></tr> <tr><td>-</td><td>+</td><td>-</td></tr> </table>	+	-	+	-	+	-	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>+</td><td>-</td><td>+</td></tr> <tr><td>-</td><td>+</td><td>?</td></tr> </table>	+	-	+	-	+	?	.....												
+	-	+																									
-	+	-																									
+	-	+																									
-	+	?																									
4.	 $2 + 3 + 1$ $? = 6$	 $? =$	.....																								
5.	<p>■■■■■■■</p> $? = 6$	<p>■■■■■■■■■</p> $? =$	.....																								
6.	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td><td>2</td></tr> </table> <table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td></tr> </table> $\Rightarrow 4$	1	1	1	2	1	2							<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>2</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table> <table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td></tr> </table> $\Rightarrow ?$	1	2	2	1	1	1							.....
1	1	1																									
2	1	2																									
1	2	2																									
1	1	1																									
7.	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>□</td><td>●</td><td>○</td></tr> <tr><td>●</td><td>●</td><td>□</td></tr> <tr><td>○</td><td>□</td><td>●</td></tr> </table> $\square = 3 \quad \bullet = 4 \quad \circ = 2$	□	●	○	●	●	□	○	□	●	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>●</td><td>□</td><td>●</td></tr> <tr><td>□</td><td>○</td><td>□</td></tr> <tr><td>○</td><td>●</td><td>?</td></tr> </table> $\square = 3 \quad \bullet = 4 \quad \circ = 2$ $? =$	●	□	●	□	○	□	○	●	?	.....						
□	●	○																									
●	●	□																									
○	□	●																									
●	□	●																									
□	○	□																									
○	●	?																									



## МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ ЗА 2. КЛАС

- Състезанието всяка година се провежда в три предварителни кръга – есен, зима и пролет, следват полуфинал и финал в гр. Несебър.
- Тестовете за всеки кръг съдържат по 20 задачи със свободен отговор, който записвате в листа за отговори.
- Всеки верен отговор се оценява с 2 точки, а грешен или непосочен отговор – 0 точки.
- Времето за работа във всеки кръг е не повече от 60 минути.
- В условията на задачите се използват *естествените числа и 0* (0, 1, 2, 3, 4, ..., 10, 11, ..., 99, 100, 101, ...).
- За задачите с числов отговор трябва да се използват *естествените числа и 0* (0, 1, 2, 3, 4, ..., 10, 11, ..., 99, 100, 101, ...).

## СЪДЪРЖАНИЕ

<b>ПРЕДГОВОР</b> .....	3
<b>МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ ЗА 1. КЛАС</b> .....	7
Есен 2020 г. ....	8
Зима 2021 г. ....	11
Пролет 2021 г. ....	14
Полуфинал 2021 г. ....	16
Финал 2021 г. ....	18
Есен 2021 г. ....	20
Зима 2022 г. ....	23
Пролет 2022 г. ....	27
Полуфинал 2022 г. ....	29
Финал 2022 г. ....	31
Отборни състезания на финалите 2014 г. – 2022 г. ....	34
Избрани задачи от 2013 г. – 2020 г. ....	38
<b>МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ ЗА 2. КЛАС</b> .....	43
Есен 2020 г. ....	44
Зима 2021 г. ....	47
Пролет 2021 г. ....	49
Полуфинал 2021 г. ....	51
Финал 2021 г. ....	53
Есен 2021 г. ....	55
Зима 2022 г. ....	56
Пролет 2022 г. ....	59
Полуфинал 2022 г. ....	61
Финал 2022 г. ....	63
Отборни състезания на финалите 2014 г. – 2022 г. ....	66
Избрани задачи от 2013 г. – 2020 г. ....	70
<b>ОТГОВОРИ И КРАТКИ РЕШЕНИЯ</b> .....	76
Математика без граници за 1. клас .....	76
Математика без граници за 2. клас .....	106