Запрян Запрянов • Юлия Нинова • Снежинка Матакиева

ПОДГОТОВКА
ЗА ВЪНШНО ОЦЕНЯВАНЕ И КАНДИДАТСТВАНЕ
СЛЕД 7. КЛАС

МАТЕМАТИКА

ЗАДАЧИ С ПРАКТИКО-ПРИЛОЖЕН ХАРАКТЕР

РЕГАЛИЯ 6

Сборникът е предназначен за учениците от 7. клас и има за цел да подпомогне тяхната подготовка за успешно представяне на Националното външно оценяване (НВО). Той е своеобразен тренажор за решаване на задачи със свободен отговор.

Съдържателно е структуриран в 14 теми от учебно-изпитната програма. Всяка тема започва с кратки теоретични бележки, след което са дадени задачи, градирани в три нива на сложност:

- задачите от ниво А и ниво Б кореспондират с последните две задачи с отворен отговор от Първа част на НВО;
- задачите от ниво В са във формàта на последните три задачи от Втора част, които са с разширен свободен отговор, и изискват подробно описание на решението.

Предложени са и четири теста по формàта на НВО за 7. клас.

Задачите са дадени с отговори и кратки решения.

Сборникът ще бъде полезно помагало не само за учениците, но и за техните учители, чиито обединени усилия гарантират успешна подготовка и достойно представяне на седмокласниците на НВО.

РЕГАЛИЯ 6
тел. 02 979 3842
www.regalia.bg
e-mail: regalia@abv.bg

Второ преработено издание

ISBN 978-954-745-348-7

ПРЕДГОВОР

Сборникът е адресиран към седмокласниците с амбициозната цел да подпомогне тяхната подготовка за успешно представяне на Националното външно оценяване и на изпита по математика в края на 7. клас. Помагалото е своеобразен тренажор за решаване на задачи със свободен отговор. Съдържателно сборникът е структуриран в седем основни теми, с общо 14 подтеми. Предложени са и четири теста по формàта на Националното външно оценяване (НВО) в края на 7. клас.

Какво е новото и различното в разработката на помагалото?

- Знанията и уменията, включени в преговорните теми и в шестте теми по съдържанието за 7. клас, са обединени от комплексното им приложение при решаването на задачи с тренировъчен и приложен характер.
- Включените в преговора пет основни подтеми упражняват и разширяват основни знания, придобити в предходните класове в обучението по математика, за да гарантират успешното представяне на учениците върху това съдържание.
- Към всяка тема са дадени по 14 задачи с отворен отговор, които кореспондират с трите нива на сложност на задачите от този тип в първата и във втората част на изпита по математика.
- Решаването на разнообразни задачи с практико-приложен характер формира умения за моделиране на житейски проблеми.
- Включени са четири теста по формàта на НВО за изпита в края на 7. клас.
- Дадени са отговори, решения и упътвания на задачите в края на сборника.

Всяка от 14-те теми:
– се предшества от кратки теоретични бележки;
– съдържа задачи, градирани по сложност на решение на три нива А, Б и В;
– съдържа 14 задачи от трите нива в съотношение $4 : 2 : 1$.

На **ниво А** са дадени 8 задачи, кореспондиращи с последните две задачи от Първа част на НВО в 7. клас. При тези задачи се очаква от учениците да дадат правилен кратък числов, символен или словесен отговор.

Ниво Б се състои от четири задачи, градирани по сложност и съответстващи по формàт на задачите от Първата част, които са с практико-приложен характер. При тези задачи от учениците се изисква да напишат отговорите, без да привеждат своето решение.

Задачите от **ниво В** са две и съответстват на задачите от Втората част, които са с разширен свободен отговор. Учениците трябва да опишат и аргументират намереното решение.

Така композиран и реализиран, сборникът е полезно помагало не само за учениците, но и за техните учители, чиито обединени усилия гарантират успешна подготовка и достойно представяне на седмокласниците на Националното външно оценяване и на изпита по математика в края на 7. клас.

Пожелаваме успех!

Авторите

НАЧАЛЕН ПРЕГОВОР

1. ЧАСТ ОТ ЧИСЛО. ПРОЦЕНТ

Процентът е начин за записване на обикновени или десетични дроби като част от стотицата.

$\frac{3}{4} = \frac{3.25}{4.25} = \frac{75}{100} = 75\%$

$0,28 = \frac{28}{100} = 28\%$

$2\frac{1}{5} = \frac{11}{5} = \frac{11.20}{5.20} = \frac{220}{100} = 220\%$

$60\% = \frac{60}{100} = \frac{3}{5} \qquad 60\% = \frac{60}{100} = \frac{6}{10} = 0,6$

Типове задачи, свързани с процент

p**% от** A **е равно на** B	**Намиране на число по даден процент от него**	**Намиране на процентно отношение**
$\frac{p}{100} \cdot A = B$	$A = B.\frac{100}{p}$	$p = \frac{B}{A}.100$

модели

$$A + \frac{p}{100}A = \left(1 + \frac{p}{100}\right)A \text{ – увеличаване на количеството } A \text{ с } p\%$$

$$A - \frac{p}{100}A = \left(1 - \frac{p}{100}\right)A \text{ – намаляване на количеството } A \text{ с } p\%$$

Задачи от група А

Задача 1. Запишете 35% и 2,5% като десетични дроби и дробите $\frac{3}{4}$ и 0,037 като проценти.

Задача 2. Кой е по-добрият резултат – 79% от общия брой точки или 40 точки от общо 50 точки?

Задача 3. Ученик се явява на състезание. Броят на задачите в темата и съответният им бал са дадени в таблицата.

Задача	Бал
Задача 1	1
Задача 2	1
Задача 3	2
Задача 4	2
Задача 5	4
Задача 6	4
Задача 7	5
задача 8	5

Отговорете на следните въпроси:

1) Каква част от точките е събрал ученикът, ако е решил вярно първите 5 задачи? Представете резултата с несъкратима дроб.

....

2) Какъв процент от общия брой точки е събрал ученикът, ако е решил вярно задачи 3, 4, 5 и 6?

....

Задача 4. Ученик се явява на състезание. Броят на задачите в темата и съответният им бал са дадени в таблицата.

Задача	Бал
Задача 1	1
Задача 2	1
Задача 3	2
Задача 4	2
Задача 5	4
Задача 6	4
Задача 7	5
задача 8	5

Попълнете пропуснатия текст с някое от дадените предложения, така че полученото съждение да е вярно.

1) Ученикът е решил вярно 5-а, 6-а, 7-а и 8-а задача. Вярно е, че той е събрал .... (повече от, по-малко от, точно) 75% от общия брой точки.

2) Ученикът е решил вярно 3-а, 4-а и 5-а задача. Частта от точките, които е събрал, се представя с несъкратимата дроб ...., която е .... (по-голяма, по-малка) от $\frac{1}{4}$ и е .... (по-голяма, по-малка) от $\frac{1}{2}$.

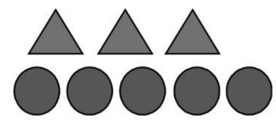
Задача 5. Почивните дни за месец май 2015 година са били 12, а за цялата 2015 година те са 113. Свържете със стрелка въпросите от лявата колона с правилния им отговор от дясната колона.

А) Каква част са почивните дни през месец май от всичките почивни дни за 2015 година?
Б) Колко процента (с точност до единица) са почивните дни през май от дните през този месец?
В) С колко процента (с точност до единица) работните дни за 2015 г. са повече от почивните?

1) $\approx 123\%$
2) $\approx 39\%$
3) $\frac{12}{113}$

2. ОТНОШЕНИЕ. ПРОПОРЦИОНАЛНОСТ. ПРОПОРЦИИ

Отношението е сравняване на две количества в определен ред. Напр. отношението на броя на триъгълниците към броя на кръговете е три към пет $\left(\text{записва се } 3:5 \text{ или } \frac{3}{5}\right)$, а на броя на кръговете към броя на триъгълниците е пет към три $\left(\text{записва се } 5:3 \text{ или } \frac{5}{3}\right)$.



Отношението на повече от две количества се записва така – $x:y:z$ и е съкратен запис на три отделни отношения – $x:y$, $y:z$, $x:z$.

Ако отношението на две количества се запазва, когато те едновременно се увеличават или намаляват определен брой пъти, то тогава се казва, че тези количества са *пропорционални*.

$$k = \frac{a}{b} = \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \dots$$

k – *коефициент на пропорционалност*

Равенството на две отношения се нарича *пропорция*. $\quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Свойства на пропорциите

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc \text{ – основно свойство на пропорцията}$$

$$\frac{x}{a} = \frac{b}{c} \Leftrightarrow x = \frac{ab}{c} \qquad \frac{a}{x} = \frac{b}{c} \Leftrightarrow x = \frac{ac}{b}$$

$$\underbrace{\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{d}{b} = \frac{c}{a}}_{\text{смяна на крайните членове}} \qquad \underbrace{\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}}_{\text{смяна на средните членове}} \qquad \underbrace{\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{d}{c} = \frac{b}{a}}_{\text{смяна на крайните и на средните членове}}$$

Задачи от група А

Задача 1. Отсечката $AB = 18,2$ cm. Точка P е вътрешна за отсечката и е такава, че $AP : PB = 2 : 5$. Намерете дължината на всяка една от двете отсечки.

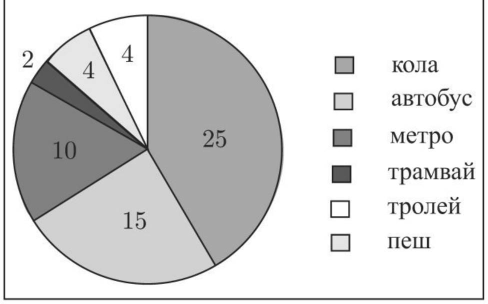
Задача 2. Сироп и сладолед се смесват в отношение $1 : 6$. Колко части сироп трябва да се вземат, за да се смесят с 15 части сладолед?

3. ТАБЛИЦИ И ДИАГРАМИ – РАЗЧИТАНЕ И ИНТЕРПРЕТИРАНЕ НА ДАННИ

Кръговата диаграма представлява кръг, разделен посредством радиуси на области, градусните мерки на централните ъгли на които са пропорционални на данните, които представят. Всяка диаграма има заглавие и ключ. Етикетите или ключът обясняват какво всяка част от кръга представя.

Вид транспорт	**Брой на учениците**	**Градусна мярка на съответния ъгъл 1 ученик** $= 6^0$
Кола	25	$25.6^0 = 150^0$
Автобус	15	$15.6^0 = 90^0$
Метро	10	$10.6^0 = 60^0$
Трамвай	2	$2.6^0 = 12^0$
Тролей	4	$4.6^0 = 24^0$
Пеш	4	$4.6^0 = 24^0$

Как учениците от два класа в столично училище отиват на училище



Сумата от мерките на всички ъгли е 360°.

Пиктограмата е диаграма, при която се използват картинки за изобразяване на дадените отношения. Част от картинката може да се използва за представяне на по-малко количество. Всяка пиктограма има заглавие и ключ, обяснявайки какво тя представя и какво означава картинката.

Разпределение на производството на посочения артикул за първо полугодие на година... на фирма за детски дрехи

Месеци	**Производство**
Януари	
Февруари	
Март	
Април	
Май	
Юни	

 = 100 рокли

ЦЕЛИ ИЗРАЗИ

6. ЕДНОЧЛЕН. МНОГОЧЛЕНИ – ДЕЙСТВИЯ

Едночленът е произведение от числа и букви като степенните показатели са естествени числа.

Степен на едночлен се нарича сборът от степенните показатели на променливите.

едночлен

$\boxed{5xy^2z^3}$

- 5 – коефициент
- $1+2+3=6$ – степен на едночлена

$5.(-z)^2 \,.\, (-z)\,.y^2.\,(-x) = 5xy^2z^3$ – нормален вид на едночлен

едночлен

$\boxed{\frac{1}{2}a^2x^3y}$

- $\frac{1}{2}a^2$ – коефициент
- $3+1=4$ – степен на едночлена
- a – параметър

Ако коефициентът е 1, то той се изпуска. $1.x^2y^3z = x^2y^3z$

Ако коефициентът е (-1), то се записва само знакът „$-$“ пред буквените множители. $(-1)\,.x^2y^3z = -x^2y^3z$

Ако едночленът е ненулево число, то неговата степен е нула.

$-12,345$ и $\frac{1}{5}$ са едночлени от нулева степен

Подобни се наричат едночлени, които не се различават или се различават само по коефициента.

Едночлените $5xy$ и $-10xy$ са подобни. Всеки едночлен е подобен на себе си.

$$\underbrace{\underline{5x}+\underline{\underline{10xy}}-\underline{4x}+\underline{\underline{7xy}}}_{\text{подобни едночлени}} = \underbrace{(5x-4x)+(10xy+7xy)}_{\text{приведение на подобни едночлени}} = \underbrace{(5-4)\,x+(10+7)\,xy}_{\text{изнасяне на общ множител}} = x+17xy$$

$$\overbrace{\underbrace{5x^2-3x^2-x=2x^2-x}_{\text{тъждествени изрази}}}^{\text{тъждествено преобразувание}}$$

равенството е изпълнено за всяко x

7. МНОГОЧЛЕНИ – ДЕЙСТВИЯ. ФОРМУЛИ ЗА СЪКРАТЕНО УМНОЖЕНИЕ. РАЗЛАГАНЕ НА МНОГОЧЛЕН НА МНОЖИТЕЛИ

Формули за съкратено умножение

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$
$$(1 \pm 2a)^2 = 1 \pm 4a + 4a^2$$
$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$
$$(2016 - 2015)(2016 + 2015) = 2016^2 - 2015^2$$
$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 = a^3 \pm b^3 \pm 3ab(a \pm b)$$
$$(1 \pm 2a)^3 = 1 \pm 6a + 12a^2 \pm 8a^3$$
$$(a \pm b)\left(a^2 \mp ab + b^2\right) = a^3 \pm b^3$$
$$(t \pm 5p)\left(t^2 \mp 5pt + 25p^2\right) = t^3 \pm 125p^3$$

Разлагане на многочлен на множители – многочленът се представя като произведение от едночлени или многочлени.

Начини на разлагане на многочлен на множители

• изнасяне на общ множител извън скоби

$$12ab^2 - 3ab = 3ab(4b - 1)$$

• групиране

$$x^2 - y^2 + x - y = \left(x^2 - y^2\right) + (x - y) = (x - y)(x + y) + (x - y) = (x - y)(x + y + 1)$$

• използване на формулите за съкратено умножение

$$1 - \frac{1}{4}p^2 = \left(1 - \frac{1}{2}p\right)\left(1 + \frac{1}{2}p\right)$$

Формули за съкратено умножение

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$
$$2016^2 - 2015^2 = (2016 - 2015)(2016 + 2015) = 1.4031 = 4031$$
$$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$$
$$1 \pm 4a + 4a^2 = (1 \pm 2a)^2$$
$$a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 = (a \pm b)^3$$
$$1 \pm 6a + 12a^2 \pm 8a^3 = (1 \pm 2a)^3$$
$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)\left(a^2 \mp ab + b^2\right)$$
$$t^3 \pm 125p^3 = (t \pm 5p)\left(t^2 \mp 5pt + 25p^2\right)$$

Изразите $a^2 \pm ab + b^2$се наричат **непълен квадрат на сбора/разликата** на a и b.

УРАВНЕНИЯ

9. УРАВНЕНИЯ. ЕКВИВАЛЕНТНИ УРАВНЕНИЯ. МОДЕЛИРАНЕ С ЛИНЕЙНИ УРАВНЕНИЯ

Видове уравнения

Линейно уравнение с едно неизвестно

$$ax + b = 0, a \neq 0$$
$$\Updownarrow$$
$$x = -\frac{b}{a}$$

$ax + b = 0, a = 0, b \neq 0$ уравнението няма решение

$ax + b = 0, a = 0, b = 0$ всяко x е решение на уравнението

$3x + 4 = 0 \iff x = -\frac{4}{3}$; $0x = 6$ – няма решение; $0x = 0$ – всяко x е решение

Уравнение от вида $(ax + b)(cx + d) = 0$

$$(ax + b)(cx + d) = 0$$
$$\Updownarrow$$
$$ax + b = 0 \text{ или } cx + d = 0$$
$$\Updownarrow$$
$$x = -\frac{b}{a}, a \neq 0 \text{ или } x = -\frac{d}{c}, c \neq 0$$

$$(4x + 6)(1 - x) = 0$$
$$\Updownarrow$$
$$4x + 6 = 0 \text{ или } 1 - x + 0$$
$$\Updownarrow$$
$$x = -\frac{3}{2} \text{ или } x = 1$$

Модулно уравнение

$$|ax + b| = c, c > 0$$
$$\Updownarrow$$
$$ax + b = c \text{ или } ax + b = -c$$

$$|ax + b| = c, c = 0$$
$$\Updownarrow$$
$$ax + b = 0$$

$|ax + b| = c, c < 0$ уравнението няма решение

$$|x - 2| = 2 \iff \begin{array}{l} x - 2 = 2 \iff x = 4 \\ \text{или} \\ x - 2 = -2 \iff x = 0 \end{array}$$

Корените на уравнението са 0 или 4.

$|1 - 2x| = 0 \iff 1 - 2x = 0 \iff$

$x = \frac{1}{2}$ – единствено решение

$|2x - 3| = -5$ – уравнението няма решение